

# **PROF. DR. STEFAN HOMBURG**

## **WAS WIRD VON STUDIEN- ANFÄNGERN DER WIRT- SCHAFTSWISSENSCHAFTEN INSBESONDERE IM FACH MATHEMATIK ERWARTET?**



Vielen Dank, Herr Dr. Lohse.

Die Wirtschaftswissenschaft - meine Damen und Herren – hat ein bestimmtes Problem. Man sagt ja manchmal über die Philosophie: „Es gibt eine wissenschaftliche Philosophie, und es gibt eine Alltagsphilosophie, und diese beiden haben nur die Bezeichnung gemein.“ Genauso ist das mit Wirtschaft. Es gibt eine Wirtschaftswissenschaft, und es gibt eine Alltagswirtschaft. Die Alltagswirtschaft kennt jeder, der zum Beispiel Aktien gekauft hat, versucht hat, seine Karriere zu planen, der Personalführungsverantwortung hat oder dergleichen. Und weil jeder die Wirtschaft aus der Zeitung, aus eigenem Erleben kennt, haben viele die Tendenz zu meinen, sie würden auch die Wirtschaftswissenschaft kennen. Und das ist das Hauptproblem der Studienanfänger, die erkennen müssen, daß zwischen Alltagswirtschaft – wie fülle ich meine Steuererklärung aus oder mache ein paar Buchungssätzchen oder dergleichen – auf der einen Seite und Wirtschaftswissenschaft auf der anderen Seite ein sehr großer Unterschied besteht.

Die Wirtschaftswissenschaft hat in den letzten fünfzig Jahren einen Prozeß der Theoretisierung und Mathematisierung durchlaufen, und die Spitzenteile, die natürlich nicht jeder Student selbst erleben wird, ähneln in bezug auf Mathematisierungs- und Abstraktionsgrad der theoretischen Physik. Schon der ganz normale Student der Wirtschaftswissenschaft erlebt in den ersten beiden Semestern, daß er erhebliche mathematische Vorkenntnisse braucht, um den ökonomischen Vorlesungen folgen zu können.

Ich bin nun eingeladen worden, um Ihnen kurz darzustellen, welche Art von Mathematik man in den Wirtschaftswissenschaften braucht, denn hier sind wir auch in zweierlei Hinsicht auf Sie als Lehrer angewiesen. Erstens, daß Sie entsprechendes Wissen in den Schulen vermitteln, und zweitens, daß Sie als Multiplikatoren die Schüler darauf hinweisen, daß es im Fall des Studienwunsches Wirtschaftswissenschaft sehr vorteilhaft ist, sich mit Mathematik zu beschäftigen. In den Wirtschaftswissenschaften brauchen wir vor allem zwei Arten von Mathematik, ohne die ein

**DER GANZ  
NORMALE STUDENT  
DER WIRT-  
SCHAFTSWISSEN-  
SCHAFT ERLEBT IN  
DEN ERSTEN  
BEIDEN  
SEMESTERN, DASS  
ER ERHEBLICHE  
MATHEMATISCHE  
VORKENNTNISSE  
BRAUCHT**

**WESENTLICH FÜR  
UNSERE  
WISSENSCHAFT IST  
DAS SOGENANNT  
ÖKONOMISCHE  
PRINZIP**

**IST DIE  
OPTIMIERUNGS-  
THEORIE VON DER  
FRAGESTELLUNG  
DER WIRTSCHAFTS-  
WISSENSCHAFT HER  
DAS WICHTIGSTE  
MATHEMATISCHE  
INSTRUMENT**

Wirtschaftsstudium nicht denkbar ist. Die erste Art betrifft die Optimierungstheorie. Dies ergibt sich daraus, daß Wirtschaftswissenschaft nicht durch Dinge wie Geld oder Gewinn oder dergleichen definiert ist. Wirtschaftswissenschaft nach ihrem Selbstverständnis ist die Wissenschaft von der Knappheit. Das braucht gar nichts mit Geld zu tun haben. Ein einfaches Optimierungsproblem lautet natürlich: „Wie maximiere ich als Unternehmer meinen Gewinn, wenn ich bestimmte Arbeitskräfte und Produktionsmittel zur Verfügung habe?“ Es gibt aber ganz andere Optimierungsprobleme, an die man nicht sofort denkt, wenn man von Wirtschaftswissenschaft spricht, die aber von dieser Wissenschaft ebenfalls abgedeckt werden. Wesentlich für unsere Wissenschaft ist das sogenannte ökonomische Prinzip. Dieses Prinzip verlangt, ein bestimmtes Ziel – völlig egal, welches Ziel das ist – möglichst weitgehend zu erreichen bei gegebenem Mitteleinsatz oder dual hierzu, bei gegebenem Zielerreichungsgrad den Mitteleinsatz zu minimieren. Dabei kann es sich um Gewinnziele handeln oder andere selbstsüchtige Ziele, es kann sich um karitative Ziele oder Wohlfahrtsziele handeln. Wir haben an unserem Fachbereich ein Wahlpflichtfach Non-Profit-Management. Es beschäftigt sich mit Knappheiten in Non-Profit-Organisation wie zum Beispiel Krankenhäusern. Dort wird teilweise mehr Geld umgesetzt als in manchem veritablen Wirtschaftsbereich. Man erkennt, daß auch hier die Ökonomie gefragt ist, wenn man zum Beispiel eine bestimmte Gesundheitsversorgung der Bevölkerung will und das Geld, das hierfür ausgegeben wird, begrenzt ist.

Deshalb ist die Optimierungstheorie von der Fragestellung der Wirtschaftswissenschaft her das wichtigste mathematische Instrument. Und da beginnen wir im Grundstudium mit nichtlinearer Optimierung – die muß sein. In den wichtigsten theoretischen Veranstaltungen spielt nichtlineare Optimierung unter Nebenbedingungen eine ganz zentrale Rolle. Kurz, was man mit Lagrange-Ansatz und Kuhn-Tucker-Bedingungen und dergleichen apostrophiert, das steht im Zentrum. Es ist unmöglich, nicht nur in Hannover, sondern in ganz Deutschland, ein Wirtschaftsdiplom zu bekommen, wenn man dies nicht beherrscht.

Der ganze Bereich der Analysis einschließlich der Optimierung ohne Nebenbedingungen, ist hierfür als Vorbereitung ideal. Nach meiner Erfahrung ist es so, daß die meisten Schüler, wenn sie nicht Mathematik als Leistungskurs belegt haben, Optimierung unter Nebenbedingung nicht beherrschen – sie kennen weder Lagrange-Ansatz noch Simplex-Algorithmus. Aber es ist schon ganz gut, wenn man auf der Ebene „F Strich gleich Null, F Zweistrich kleiner Null“ irgendwas gemacht hat. Dadurch bekommt man leichteren Zugang zur Optimierung unter Nebenbedingungen.

Um, ohne Sie langweilen zu wollen, noch mal darzustellen, warum ich die Optimierung mit Nebenbedingungen so betone: Sie ist der mathematische Ausdruck des ökonomischen Prinzips, ein Ziel möglichst weitgehend zu erfüllen bei gegebenen Mitteln. Man will zum Beispiel eine Gewinnfunktion maximieren, unter der Nebenbedingung, daß man nur so und so viele Arbeitskräfte und dergleichen hat. Hier bestehen im Allgemeinen nichtlineare Beziehungen. Und dann kann man entweder versuchen, dieses nichtlineare Optimierungsproblem zu lösen oder man muß es linearisieren, vereinfachen, um dann mit dem Simplex-Algorithmus zu arbeiten.

Da ist der erste wesentliche mathematische Baustein, den wir in den Wirtschaftswissenschaften benötigen. Der zweite, ungefähr gleich wichtige, Baustein sei auch zunächst motiviert. Die Wirtschaftswissenschaften bemühen sich zunehmend und auch mit zunehmendem Erfolg darum, wirtschaftliche Sachverhalte zu quantifizieren und quantitativ zu erfassen. Ein ganz einfaches Beispiel hierfür wäre die Marktforschung. Man weiß, daß Kunden im allgemeinen um so weniger kaufen, je höher der Preis ist. Das ist Alltagswirtschaft. Wirtschaftswissenschaft setzt an der Quantifizierung dieses Zusammenhangs an. Dies könnte zum Beispiel in der Weise geschehen, daß man in einem Filialunternehmen, das an verschiedenen Orten unterschiedliche Preise verlangt oder das Sonderangebote macht, schaut, wie die Nachfrage reagiert. Dann erhält man eine kleine Punktwolke mit Messungen von Nachfrage und Preis. Und dann kann man mit Methoden der Statistik – das ist der zweite Punkt, den ich ansprechen wollte – versuchen, hieraus eine Nachfragekurve zu schätzen. Hat man eine Nachfragekurve im Sinne eines funktionalen Zusammenhangs zwischen Preis und Menge geschätzt, kann man sich darüber Gedanken machen, welcher Preis unter Ertragsgesichtspunkten optimal ist.

Das heißt also, alles was mit Stochastik zusammenhängt, ist eine ganz wichtige und nützliche Vorbedingung für das Verständnis von Wirtschaftswissenschaft. Dr. Lohse hält für unseren Fachbereich Vorlesungen in Mathematik, und zwar im Grundstudium acht Semesterwochenstunden. Darüber hinaus hören die Studenten weitere acht Semesterwochenstunden – also einen ebenso großen Block – Statistik, bestehend aus deskriptiver Statistik – Mittelwertbegriff, Streuungsmaße und dergleichen – sowie Schätz- und Testtheorie. Im Hauptstudium gibt es ein eigenes Wahlpflichtfach Ökonometrie mit Vorlesungen wie Lineare ökonomische Modelle, Zeitreihenanalyse und vertiefter Schätz- und Testtheorie.

Viele der heute bekannten mathematischen Instrumente sind übrigens von Ökonomen entwickelt worden bzw. – das ist vielleicht ein bißchen anmaßend – sind von Personen entwickelt worden, die auf der Grenzlinie zwischen Mathematik und

**IST EINE GANZ  
WICHTIGE UND  
NÜTZLICHE  
VORBEDINGUNG FÜR  
DAS VERSTÄNDNIS**

**DER GRÖSSTE  
WACHSTUMSBEREICH  
DER WIRTSCHAFTS-  
WISSENSCHAFT**

Ökonomie arbeiten. Dies sind oft Diplommathematiker, die sich mit wirtschaftswissenschaftlichen Problemen beschäftigt haben und, da die Wirtschaftswissenschaft teilweise andere Fragen hat als zum Beispiel die Physik, auf diesem Gebiet neue Theoreme bewiesen haben. Recht berühmt aus den fünfziger Jahren – und inzwischen schon in Lehrbücher eingesickert – ist der Fixpunktsatz von Kakutani, eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes. Dieser Fixpunktsatz ist nur bewiesen worden, weil die Wirtschaftswissenschaft ihn brauchte – aus Gründen, deren Darstellung die hier zu weit führen würde.

Ich habe Ihnen jetzt dargestellt, was der Kernbereich der Wirtschaftswissenschaft an Mathematik braucht. Nicht umfassend, sondern im Sinne eines Beispiels, möchte ich jetzt einen Bereich nennen, in dem man vertiefte Mathematik braucht. Ich nenne diesen Bereich absichtlich, weil es der größte Wachstumsbereich der Wirtschaftswissenschaft ist, gemessen an Professuren oder Nobelpreisen. Und zwar ist dies der Bereich Finanzmärkte / Finanzierung. Sie wissen, daß in den letzten zwanzig, dreißig Jahren die Kapitalmärkte wesentlich liberalisiert wurden. Wir haben in den letzten zwanzig, dreißig Jahren ein enormes Wachstum im Finanzmarktbereich erlebt, und dieses Wachstum hat einen Impetus gegeben für eine neue Branche der Wirtschaftswissenschaft, die man meist „Finanzierung“ nennt.

Da geht es zum Beispiel um Probleme folgender Art. Sie alle kennen Optionen. Ich betrachte mal eine ganz einfache Kaufoption für eine Aktie. Wenn Sie so eine Option kaufen, erhalten sie das Recht, eine bestimmte Aktie innerhalb eines bestimmten Zeitraums zu einem vorher festgelegten Preis zu kaufen. Sagen wir mal, Sie bekommen das Recht, eine Aktie zu hundert Mark zu kaufen. Nun stellt sich die Frage: Was ist dieses Recht eigentlich wert? Diese Frage ist sehr kompliziert, und Antworten sind recht spät entwickelt worden. Von der Intuition her müssen Sie überlegen: Die Aktie hat am Markt irgendeine zufällige Kursentwicklung, und die Wertentwicklung der Option hängt offensichtlich davon ab. Wenn die Aktie nach einem Jahr weniger als hundert Mark wert ist am Markt, dann hat die Option, die Sie gekauft haben, einen Wert von Null, denn das Recht, etwas zu hundert Mark zu kaufen, was man am Markt zu neunzig Mark kaufen könnte, ist nichts wert. Wenn die Aktie aber einen Wert von - sagen wir mal - hundertzwanzig Mark hat, dann ist die Option zwanzig Mark wert. Mit Problemen dieser Art hat man sich erst seit 20-30 Jahren wissenschaftlich beschäftigt. Die seinerzeit entwickelte Theorie beginnt mit Braunschen Bewegungen und Wiener-Prozessen und führt dann tief in das Thema stochastische Differentialgleichungen. Stochastische Differentialgleichungen lassen sich wahrscheinlich – Sie können mich eines Besseren

belehren - nicht an der Schule unterrichten. Wählt man aber das Wahlpflichtfach Banken und Finanzierung – das klingt übrigens auch so schön nach Alltagsökonomie: ich lerne, wie ich eine Überweisung ausfülle und dergleichen – kommt man nicht umhin, sich mit stochastischen Differentialgleichungen und Braunschen Bewegungen zu beschäftigen. Man gelangt dann schließlich zur berühmten Black-Scholes-Formel, das ist ein geschlossener mathematischer Ausdruck, der den Wert einer Option beschreibt. Diejenigen, die das erfunden haben vor knapp dreißig Jahren, haben dafür den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften erhalten. Damit möchte ich diesen impressionistischen Teil beenden und Zeit für Diskussion und Fragen lassen. – Vielen Dank.

Professor Dr. Stephan Homburg  
Dekan FB Wirtschaftswissenschaften, Universität Hannover

**HABEN DAFÜR DEN  
NOBELPREIS FÜR  
WIRTSCHAFTS-  
WISSENSCHAFTEN  
ERHALTEN**